

ШИФР 09-80

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

Учащейся 9 класса  
ОГБОУ «СОШ № 20 с УИОП г. Старого Оскола»

Черных Полина Александровна

Педагог-наставник:  
учитель  
ОГБОУ «СОШ №20 с УИОП г. Старого Оскола»  
Примак Илонна Михайловна

9.1. Условие:

09-80

32 человека: 16 лжецов (всегда лгут)  
16 рыцарей (всегда говорят правду)

Некоторые из них дали монеты, причем каждому — не более 3 монет. Спросив у каждого о его количестве монет были получены ответы:

8 ответов „0”

8 ответов „1”

8 ответов „2”

8 ответов „3”

Необходимо узнать наибольшее количество монет, которое могли дать всем 32 людям.

Решение:

Так как нам нужно узнать наибольшее количество монет будем считать, что 8 ответов „3” были получены от рыцарей и обозначают правду, аналогично поступим с 8 ответами „2” и примем их за рыцарскую правду.

Тогда у 8 рыцарей по 3 монеты и у 8 лжецов по 2 монеты.  $8 \times 3 = 24$  монеты и  $8 \times 2 = 16$  монет. У 16 рыцарей максимум 40 монет ( $24 + 16 = 40$  монет). Примем ответ 8 ответов „0” и 8 ответов „1” за ответ лжецов, то есть это неправда и предположим, что у каждого из них по 3 монеты (это максимально допустимое число монет).

Тогда у всех лжецов  $16 \times 3 = 48$  монет — максимальное значение. Узнаем наибольшее количество суммарных монет, которое дали всем жителям.  $40 + 48 = 88$  монет — наибольшее значение.

Ответ: 88 монет.

№ п/п	Код-во данных	ФИО проверяющего
1	7	Иванов И.И.
2	1	Петров П.П.
3	0	Сидоров С.С.
4	0	Косенко К.К.
5	1	Михайлов М.М.
Итого	9	Всего 9 человек

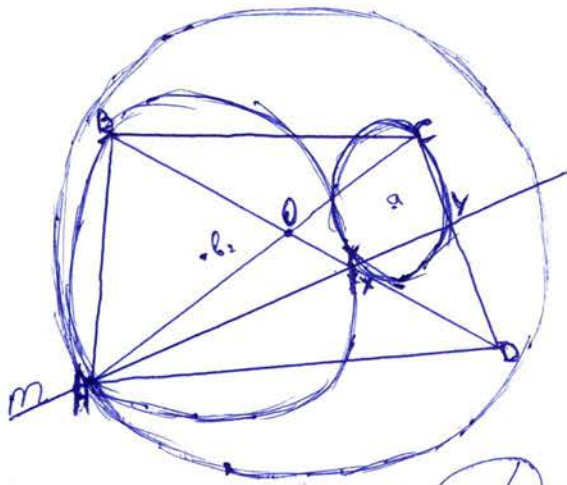
З.2. Условие:

109-80

18 последовательные натуральные числа, чтобы сумма цифр образована 18 последовательных натуральных чисел и не обязательно записанные по порядку.  
Существуют ли такие 18 последовательных натуральных чисел?

Решение:

Возьмём случайный ряд чисел: 71; 72; 73; 74... 88.  
Найдём сумму цифр ~~каждого~~ каждого числа: 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49; 50; 51; 52; 53; 54; 55; 56; 57; 58; 59; 60; 61; 62; 63; 64; 65; 66; 67; 68; 69; 70; 71; 72; 73; 74; 75; 76; 77; 78; 79; 80; 81; 82; 83; 84; 85; 86; 87; 88; 89; 90; 91; 92; 93; 94; 95; 96; 97; 98; 99; 100; 101; 102; 103; 104; 105; 106; 107; 108; 109; 110; 111; 112; 113; 114; 115; 116; 117; 118; 119; 120; 121; 122; 123; 124; 125; 126; 127; 128; 129; 130; 131; 132; 133; 134; 135; 136; 137; 138; 139; 140; 141; 142; 143; 144; 145; 146; 147; 148; 149; 150; 151; 152; 153; 154; 155; 156; 157; 158; 159; 160; 161; 162; 163; 164; 165; 166; 167; 168; 169; 170; 171; 172; 173; 174; 175; 176; 177; 178; 179; 180; 181; 182; 183; 184; 185; 186; 187; 188; 189; 190; 191; 192; 193; 194; 195; 196; 197; 198; 199; 200; 201; 202; 203; 204; 205; 206; 207; 208; 209; 210; 211; 212; 213; 214; 215; 216; 217; 218; 219; 220; 221; 222; 223; 224; 225; 226; 227; 228; 229; 230; 231; 232; 233; 234; 235; 236; 237; 238; 239; 240; 241; 242; 243; 244; 245; 246; 247; 248; 249; 250; 251; 252; 253; 254; 255; 256; 257; 258; 259; 260; 261; 262; 263; 264; 265; 266; 267; 268; 269; 270; 271; 272; 273; 274; 275; 276; 277; 278; 279; 280; 281; 282; 283; 284; 285; 286; 287; 288; 289; 290; 291; 292; 293; 294; 295; 296; 297; 298; 299; 300; 301; 302; 303; 304; 305; 306; 307; 308; 309; 310; 311; 312; 313; 314; 315; 316; 317; 318; 319; 320; 321; 322; 323; 324; 325; 326; 327; 328; 329; 330; 331; 332; 333; 334; 335; 336; 337; 338; 339; 340; 341; 342; 343; 344; 345; 346; 347; 348; 349; 350; 351; 352; 353; 354; 355; 356; 357; 358; 359; 360; 361; 362; 363; 364; 365; 366; 367; 368; 369; 370; 371; 372; 373; 374; 375; 376; 377; 378; 379; 380; 381; 382; 383; 384; 385; 386; 387; 388; 389; 390; 391; 392; 393; 394; 395; 396; 397; 398; 399; 400; 401; 402; 403; 404; 405; 406; 407; 408; 409; 410; 411; 412; 413; 414; 415; 416; 417; 418; 419; 420; 421; 422; 423; 424; 425; 426; 427; 428; 429; 430; 431; 432; 433; 434; 435; 436; 437; 438; 439; 440; 441; 442; 443; 444; 445; 446; 447; 448; 449; 450; 451; 452; 453; 454; 455; 456; 457; 458; 459; 460; 461; 462; 463; 464; 465; 466; 467; 468; 469; 470; 471; 472; 473; 474; 475; 476; 477; 478; 479; 480; 481; 482; 483; 484; 485; 486; 487; 488; 489; 490; 491; 492; 493; 494; 495; 496; 497; 498; 499; 500; 501; 502; 503; 504; 505; 506; 507; 508; 509; 510; 511; 512; 513; 514; 515; 516; 517; 518; 519; 520; 521; 522; 523; 524; 525; 526; 527; 528; 529; 530; 531; 532; 533; 534; 535; 536; 537; 538; 539; 540; 541; 542; 543; 544; 545; 546; 547; 548; 549; 550; 551; 552; 553; 554; 555; 556; 557; 558; 559; 560; 561; 562; 563; 564; 565; 566; 567; 568; 569; 570; 571; 572; 573; 574; 575; 576; 577; 578; 579; 580; 581; 582; 583; 584; 585; 586; 587; 588; 589; 590; 591; 592; 593; 594; 595; 596; 597; 598; 599; 600; 601; 602; 603; 604; 605; 606; 607; 608; 609; 610; 611; 612; 613; 614; 615; 616; 617; 618; 619; 620; 621; 622; 623; 624; 625; 626; 627; 628; 629; 630; 631; 632; 633; 634; 635; 636; 637; 638; 639; 640; 641; 642; 643; 644; 645; 646; 647; 648; 649; 650; 651; 652; 653; 654; 655; 656; 657; 658; 659; 660; 661; 662; 663; 664; 665; 666; 667; 668; 669; 670; 671; 672; 673; 674; 675; 676; 677; 678; 679; 680; 681; 682; 683; 684; 685; 686; 687; 688; 689; 690; 691; 692; 693; 694; 695; 696; 697; 698; 699; 700; 701; 702; 703; 704; 705; 706; 707; 708; 709; 710; 711; 712; 713; 714; 715; 716; 717; 718; 719; 720; 721; 722; 723; 724; 725; 726; 727; 728; 729; 730; 731; 732; 733; 734; 735; 736; 737; 738; 739; 740; 741; 742; 743; 744; 745; 746; 747; 748; 749; 750; 751; 752; 753; 754; 755; 756; 757; 758; 759; 760; 761; 762; 763; 764; 765; 766; 767; 768; 769; 770; 771; 772; 773; 774; 775; 776; 777; 778; 779; 780; 781; 782; 783; 784; 785; 786; 787; 788; 789; 790; 791; 792; 793; 794; 795; 796; 797; 798; 799; 800; 801; 802; 803; 804; 805; 806; 807; 808; 809; 810; 811; 812; 813; 814; 815; 816; 817; 818; 819; 820; 821; 822; 823; 824; 825; 826; 827; 828; 829; 830; 831; 832; 833; 834; 835; 836; 837; 838; 839; 840; 841; 842; 843; 844; 845; 846; 847; 848; 849; 850; 851; 852; 853; 854; 855; 856; 857; 858; 859; 860; 861; 862; 863; 864; 865; 866; 867; 868; 869; 870; 871; 872; 873; 874; 875; 876; 877; 878; 879; 880; 881; 882; 883; 884; 885; 886; 887; 888; 889; 890; 891; 892; 893; 894; 895; 896; 897; 898; 899; 900; 901; 902; 903; 904; 905; 906; 907; 908; 909; 910; 911; 912; 913; 914; 915; 916; 917; 918; 919; 920; 921; 922; 923; 924; 925; 926; 927; 928; 929; 930; 931; 932; 933; 934; 935; 936; 937; 938; 939; 940; 941; 942; 943; 944; 945; 946; 947; 948; 949; 950; 951; 952; 953; 954; 955; 956; 957; 958; 959; 960; 961; 962; 963; 964; 965; 966; 967; 968; 969; 970; 971; 972; 973; 974; 975; 976; 977; 978; 979; 980; 981; 982; 983; 984; 985; 986; 987; 988; 989; 990; 991; 992; 993; 994; 995; 996; 997; 998; 999; 1000; 1001; 1002; 1003; 1004; 1005; 1006; 1007; 1008; 1009; 1010; 1011; 1012; 1013; 1014; 1015; 1016; 1017; 1018; 1019; 1020; 1021; 1022; 1023; 1024; 1025; 1026; 1027; 1028; 1029; 1030; 1031; 1032; 1033; 1034; 1035; 1036; 1037; 1038; 1039; 1040; 1041; 1042; 1043; 1044; 1045; 1046; 1047; 1048; 1049; 1050; 1051; 1052; 1053; 1054; 1055; 1056; 1057; 1058; 1059; 1060; 1061; 1062; 1063; 1064; 1065; 1066; 1067; 1068; 1069; 1070; 1071; 1072; 1073; 1074; 1075; 1076; 1077; 1078; 1079; 1080; 1081; 1082; 1083; 1084; 1085; 1086; 1087; 1088; 1089; 1090; 1091; 1092; 1093; 1094; 1095; 1096; 1097; 1098; 1099; 1100; 1101; 1102; 1103; 1104; 1105; 1106; 1107; 1108; 1109; 1110; 1111; 1112; 1113; 1114; 1115; 1116; 1117; 1118; 1119; 1120; 1121; 1122; 1123; 1124; 1125; 1126; 1127; 1128; 1129; 1130; 1131; 1132; 1133; 1134; 1135; 1136; 1137; 1138; 1139; 1140; 1141; 1142; 1143; 1144; 1145; 1146; 1147; 1148; 1149; 1150; 1151; 1152; 1153; 1154; 1155; 1156; 1157; 1158; 1159; 1160; 1161; 1162; 1163; 1164; 1165; 1166; 1167; 1168; 1169; 1170; 1171; 1172; 1173; 1174; 1175; 1176; 1177; 1178; 1179; 1180; 1181; 1182; 1183; 1184; 1185; 1186; 1187; 1188; 1189; 1190; 1191; 1192; 1193; 1194; 1195; 1196; 1197; 1198; 1199; 1200; 1201; 1202; 1203; 1204; 1205; 1206; 1207; 1208; 1209; 1210; 1211; 1212; 1213; 1214; 1215; 1216; 1217; 1218; 1219; 1220; 1221; 1222; 1223; 1224; 1225; 1226; 1227; 1228; 1229; 1230; 1231; 1232; 1233; 1234; 1235; 1236; 1237; 1238; 1239; 1240; 1241; 1242; 1243; 1244; 1245; 1246; 1247; 1248; 1249; 1250; 1251; 1252; 1253; 1254; 1255; 1256; 1257; 1258; 1259; 1260; 1261; 1262; 1263; 1264; 1265; 1266; 1267; 1268; 1269; 1270; 1271; 1272; 1273; 1274; 1275; 1276; 1277; 1278; 1279; 1280; 1281; 1282; 1283; 1284; 1285; 1286; 1287; 1288; 1289; 1290; 1291; 1292; 1293; 1294; 1295; 1296; 1297; 1298; 1299; 1300; 1301; 1302; 1303; 1304; 1305; 1306; 1307; 1308; 1309; 1310; 1311; 1312; 1313; 1314; 1315; 1316; 1317; 1318; 1319; 1320; 1321; 1322; 1323; 1324; 1325; 1326; 1327; 1328; 1329; 1330; 1331; 1332; 1333; 1334; 1335; 1336; 1337; 1338; 1339; 1340; 1341; 1342; 1343; 1344; 1345; 1346; 1347; 1348; 1349; 1350; 1351; 1352; 1353; 1354; 1355; 1356; 1357; 1358; 1359; 1360; 1361; 1362; 1363; 1364; 1365; 1366; 1367; 1368; 1369; 1370; 1371; 1372; 1373; 1374; 1375; 1376; 1377; 1378; 1379; 1380; 1381; 1382; 1383; 1384; 1385; 1386; 1387; 1388; 1389; 1390; 1391; 1392; 1393; 1394; 1395; 1396; 1397; 1398; 1399; 1400; 1401; 1402; 1403; 1404; 1405; 1406; 1407; 1408; 1409; 1410; 1411; 1412; 1413; 1414; 1415; 1416; 1417; 1418; 1419; 1420; 1421; 1422; 1423; 1424; 1425; 1426; 1427; 1428; 1429; 1430; 1431; 1432; 1433; 1434; 1435; 1436; 1437; 1438; 1439; 1440; 1441; 1442; 1443; 1444; 1445; 1446; 1447; 1448; 1449; 1450; 1451; 1452; 1453; 1454; 1455; 1456; 1457; 1458; 1459; 1460; 1461; 1462; 1463; 1464; 1465; 1466; 1467; 1468; 1469; 1470; 1471; 1472; 1473; 1474; 1475; 1476; 1477; 1478; 1479; 1480; 1481; 1482; 1483; 1484; 1485; 1486; 1487; 1488; 1489; 1490; 1491; 1492; 1493; 1494; 1495; 1496; 1497; 1498; 1499; 1500; 1501; 1502; 1503; 1504; 1505; 1506; 1507; 1508; 1509; 1510; 1511; 1512; 1513; 1514; 1515; 1516; 1517; 1518; 1519; 1520; 1521; 1522; 1523; 1524; 1525; 1526; 1527; 1528; 1529; 1530; 1531; 1532; 1533; 1534; 1535; 1536; 1537; 1538; 1539; 1540; 1541; 1542; 1543; 1544; 1545; 1546; 1547; 1548; 1549; 1550; 1551; 1552; 1553; 1554; 1555; 1556; 1557; 1558; 1559; 1560; 1561; 1562; 1563; 1564; 1565; 1566; 1567; 1568; 1569; 1570; 1571; 1572; 1573; 1574; 1575; 1576; 1577; 1578; 1579; 1580; 1581; 1582; 1583; 1584; 1585; 1586; 1587; 1588; 1589; 1590; 1591; 1592; 1593; 1594; 1595; 1596; 1597; 1598; 1599; 1600; 1601; 1602; 1603; 1604; 1605; 1606; 1607; 1608; 1609; 1610; 1611; 1612; 1613; 1614; 1615; 1616; 1617; 1618; 1619; 1620; 1621; 1622; 1623; 1624; 1625; 1626; 1627; 1628; 1629; 1630; 1631; 1632; 1633; 1634; 1635; 1636; 1637; 1638; 1639; 1640; 1641; 1642; 1643; 1644; 1645; 1646; 1647; 1648; 1649; 1650; 1651; 1652; 1653; 1654; 1655; 1656; 1657; 1658; 1659; 1660; 1661; 1662; 1663; 1664; 1665; 1666; 1667; 1668; 1669; 1670; 1671; 1672; 1673; 1674; 1675; 1676; 1677; 1678; 1679; 1680; 1681; 1682; 1683; 1684; 1685; 1686; 1687; 1688; 1689; 1690; 1691; 1692; 1693; 1694; 1695; 1696; 1697; 1698; 1699; 1700; 1701; 1702; 1703; 1704; 1705; 1706; 1707; 1708; 1709; 1710; 1711; 1712; 1713; 1714; 1715; 1716; 1717; 1718; 1719; 1720; 1721; 1722; 1723; 1724; 1725; 1726; 1727; 1728; 1729; 1730; 1731; 1732; 1733; 1734; 1735; 1736; 1737; 1738; 1739; 1740; 1741; 1742; 1743; 1744; 1745; 1746; 1747; 1748; 1749; 1750; 1751; 1752; 1753; 1754; 1755; 1756; 1757; 1758; 1759; 1760; 1761; 1762; 1763; 1764; 1765; 1766; 1767; 1768; 1769; 1770; 1771; 1772; 1773; 1774; 1775; 1776; 1777; 1778; 1779; 1780; 1781; 1782; 1783; 1784; 1785; 1786; 1787; 1788; 1789; 1790; 1791; 1792; 1793; 1794; 1795; 1796; 1797; 1798; 1799; 1800; 1801; 1802; 1803; 1804; 1805; 1806; 1807; 1808; 1809; 1810; 1811; 1812; 1813; 1814; 1815; 1816; 1817; 1818; 1819; 1820; 1821; 1822; 1823; 1824; 1825; 1826; 1827; 1828; 1829; 1830; 1831; 1832; 1833; 1834; 1835; 1836; 1837; 1838; 1839; 1840; 1841; 1842; 1843; 1844; 1845; 1846; 1847; 1848; 1849; 1850; 1851; 1852; 1853; 1854; 1855; 1856; 1857; 1858; 1859; 1860; 1861; 1862; 1863; 1864; 1865; 1866; 1867; 1868; 1869; 1870; 1871; 1872; 1873; 1874; 1875; 1876; 1877; 1878; 1879; 1880; 1881; 1882; 1883; 1884; 1885; 1886; 1887; 1888; 1889; 1890; 1891; 1892; 1893; 1894; 1895; 1896; 1897; 1898; 1899; 1900; 1901; 1902; 1903; 1904; 1905; 1906; 1907; 1908; 1909; 1910; 1911; 1912; 1913; 1914; 1915; 1916; 1917; 1918; 1919; 1920; 1921; 1922; 1923; 1924; 1925; 1926; 1927; 1928; 1929; 1930; 1931; 1932; 1933; 1934; 1935; 1936; 1937; 1938; 1939; 1940; 1941; 1942; 1943; 1944; 1945; 1946; 1947; 1948; 1949; 1950; 1951; 1952; 1953; 1954; 1955; 1956; 1957; 1958; 1959; 1960; 1961; 1962; 1963; 1964; 1965; 1966; 1967; 1968; 1969; 1970; 1971; 1972; 1973; 1974; 1975; 1976; 1977; 1978; 1979; 1980; 1981; 1982; 1983; 1984; 1985; 1986; 1987; 1988; 1989; 1990; 1991; 1992; 1993; 1994; 1995; 1996; 1997; 1998; 1999; 2000; 2001; 2002; 2003; 2004; 2005; 2006; 2007; 2008; 2009; 2010; 2011; 2012; 2013; 2014; 2015; 2016; 2017; 2018; 2019; 2020; 2021; 2022; 2023; 2024; 2025; 2026; 2027; 2028; 2029; 2030; 2031; 2032; 2033; 2034; 2035; 2036; 2037; 2038; 2039; 2040; 2041; 2042; 2043; 2044; 2045; 2046; 2047; 2048; 2049; 2050; 2051; 2052; 2053; 2054; 2055; 2056; 2057; 2058; 2059; 2060; 2061; 2062; 2063; 2064; 2065; 2066; 2067; 2068; 2069; 2070; 2071; 2072; 2073; 2074; 2075; 2076; 2077; 2078; 2079; 2080; 2081; 2082; 2083; 2084; 2085; 2086; 2087; 2088; 2089; 2090; 2091; 2092; 2093; 2094; 2095; 2096; 2097; 2098; 2099; 2100; 2101; 2102; 2103; 2104; 2105; 2106; 2107; 2108; 2109; 2110; 2111; 2112; 2113; 2114; 2115; 2116; 2117; 2118; 2119; 2120; 2121; 2122; 2123; 2124; 2125; 2126; 2127; 2128; 2129; 2130; 2131; 2132; 2133; 2134; 2135; 2136; 2137; 2138; 2139; 2140; 2141; 2142; 2143; 2144; 2145; 2146; 2147; 2148; 2149; 2150; 2151; 2152; 2153; 2154; 2155; 2156; 2157; 2158; 2159; 2160; 2161; 2162; 2163; 2164; 2165; 2166; 2167; 2168; 2169; 2170; 2171; 2172; 2173; 2174; 2175; 2176; 2177; 2178; 2179; 2180; 2181; 2182; 2183; 2184; 2185; 2186; 2187; 2188; 2189; 2190; 2191; 2192; 2193; 2194; 2195; 2196; 2197; 2198; 2199; 2200; 2201; 2202; 2203; 2204; 2205; 2206; 2207; 220



Дано:  $ABCD$  - четырёхугольник;  
 $\text{окр } (O; R)$  - описанная около  
 $ABCD$ ;  $A \in m$ ;  $m \cap BD = X$ ;  
 $n \cap CD = Y$

Доказать:  $\text{окр } (a; r_1)$  описанная около  
 $\triangle ACX$  и  $\text{окр } (b; r_2)$  описанная около  
 $\triangle ABX$  касаются.

Доказательство:

1) Четырёхугольник, вписанный в окружность, имеет  
 противоположные равные углы  $\angle C = \angle A$ ;  $\angle B = \angle D$  соот-  
 ветственно.

2) Точка  $O$  - центр окружности и точка пересечения  
 диагоналей.

9.5. Условие: мы имеем числа  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ .

Можно ли выбрать данные числа так, чтобы произве-  
 дения  $a_1 a_2 a_3 a_4$ ;  $a_2 a_3 a_4 a_5$ ;  $a_3 a_4 a_5 a_6$  ...  $a_9 a_{10} a_1 a_2$  записанные в неко-  
 тором порядке образовали последовательные натуральные  
 числа  $11; 12; 13; \dots, 20$

Решение: Попробуем разложить числа на множители

11 - простое (множители 11 и 1), 12 ( $3 \times 4$ ;  $2 \times 6$  и т.д.) 13 простое  
 и аналогично с другими числами. Произведение  
 вида  $a_1 a_2 a_3 a_4$  имеет 4 множителя, а числа 11;

13; 17; 19 - простые и их множителями являются  
 1 и они сами. Следовательно данной ситуации  
 быть не может, чисел нет.

Ответ: Нельзя.